Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

(ПНИПУ)

Факультет: Электротехнический (ЭТФ)

Направление: 09.04.04 – Программная инженерия (ПИ)

Профиль: Разработка программно-информационных систем(РИС)

Кафедра информационных технологий и автоматизированных систем (ИТАС)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ИТАС: д-р экон. наук, проф.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Р.А. Файзрахманов

«\_\_\_\_\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2025 г.

**КурСовая работа**

по дисциплине

«Математические методы теории систем»

на тему

**Создание математической модели процесса электроэрозионной обработки для симулятора электроэрозионного станка**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент: |  | Мехоношин Владислав Антонович |
|  | (подпись, дата) |  |
| Группа: | РИС-24-1М | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Дата сдачи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Дата защиты \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Оценка \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | | | |
| Руководитель КР: |  | Старший преподаватель кафедры ИТАС Аксёнов А.А. |
| (подпись, дата) |

**Пермь 202****5**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

(ПНИПУ)

Факультет: Электротехнический (ЭТФ)

Направление: 09.04.04 – Программная инженерия (ПИ)

Профиль: Разработка программно-информационных систем (РИС)

Кафедра информационных технологий и автоматизированных систем (ИТАС)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ИТАС: д-р экон. наук, проф.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Р.А. Файзрахманов

«\_\_\_\_\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  2025 г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение курсовой работы**

Фамилия, имя, отчество: Мехоношин Владислав Антонович

Факультет Электротехнический Группа РИС-24-1м

Начало выполнения работы: 01.10.2024

Контрольные сроки просмотра работы: 07.11, 16.11, 30.11, 07.12

Защита работы: 21.12.2024

1. Наименование темы: «Создание математической модели процесса электроэрозионной обработки для симулятора электроэрозионного станка».

2. Исходные данные к работе (проекта):

Объект исследования – объектом исследования является процесс электроэрозионной обработки, включая оборудование, используемое для этой цели, и методы, которые можно использовать для его моделирования в виртуальной среде.

Предмет исследования – предметом исследования является разработка алгоритмов и моделей, необходимых для создания реалистичного симулятора электроэрозионного станка.

Цель работы (проекта) – реализация модели, позволяющей симулировать процесс удаления материала с заготовки.

3. Содержание:

3.1 Обзор существующих методов решения поставленной проблемы

3.2 Метод решения проблемы

3.3 Экспериментальный раздел

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Руководитель КР: |  | Стар. Преп. Каф. ИТАС Аксёнов А.А. |
| (подпись, дата) |
| Задание получил: |  | Мехоношин Владислав Антонович |
| (подпись, дата) |

КАЛЕНДАРНЫЙ  ГРАФИК  ВЫПОЛНЕНИЯ

КУРСОВОЙ  РАБОТЫ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  пп | Этапы работы | Объём  этапа, % | Сроки выполнения | | Примеча-ние |
| Начало | Конец |
| 1. | Обзор существующих методов решения поставленной проблемы | 30 | 01.10.24 | 31.10.24 |  |
| 2. | Метод решения проблемы | 10 | 01.11.24 | 20.11.24 |  |
| 3. | Эксперимент | 30 | 21.11.24 | 10.12.24 |  |
| 4. | Оформление курсовой работы | 30 | 11.12.24 | 20.12.24 |  |
| 5. | Защита курсовой работы | 5 | 21.12.24 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Руководитель КР: |  | Стар. Преп. Каф. ИТАС Аксёнов А.А. |
| (подпись, дата) |
| Задание получил: |  | Мехоношин Владислав Антонович |
| (подпись, дата) |

РЕФЕРАТ

Курсовая работа содержит 37 c., 3 рис., 22 источников.

ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННЫЙ ПРОЦЕСС, СНЯТИЕ МАТЕРИАЛА, МОДЕЛЬ, ОБРАБОТКА.

Объект исследования – объектом исследования является процесс электроэрозионной обработки, включая оборудование, используемое для этой цели, и методы, которые можно использовать для его моделирования в виртуальной среде.

Предмет исследования – предметом исследования является разработка алгоритмов и моделей, необходимых для создания реалистичного симулятора электроэрозионного станка.

Цель работы (проекта) – реализация модели, позволяющей симулировать процесс удаления материала с заготовки.

В результате работы был произведен комплексный анализ существующих методов решения поставленной задачи. А также была реализована модель позволяющая отслеживать снятие материала с заготовки.

СОДЕРЖАНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 7](#_Toc198722428)

[1 Аналитическая часть 8](#_Toc198722429)

[1.1 Анализ процесса электроэрозионной обработки 8](#_Toc198722430)

[1.1.1 Электроэрозионная обработка 8](#_Toc198722431)

[1.1.2 Этапы процесса электроэрозионной обработки 9](#_Toc198722432)

[1.3.1 Компоненты электроэрозионного станка 10](#_Toc198722433)

[1.4.1 Виды электроэрозионной обработки 10](#_Toc198722434)

[1.2 Параметры, учитываемые в имитационных моделях 12](#_Toc198722435)

[1.2.1 Характеристики электрического импульса 12](#_Toc198722436)

[1.2.2 Свойства материалов и электродов заготовок 13](#_Toc198722437)

[1.2.3 Параметры диэлектрической жидкости 13](#_Toc198722438)

[1.3 Анализ функциональных требований 14](#_Toc198722439)

[1.4 Обзор существующих симуляторов станка 16](#_Toc198722440)

[1.5 Проблемы и ограничения 17](#_Toc198722441)

[1.6 Методы моделирования 18](#_Toc198722442)

[1.6.1 Классификация подходов 18](#_Toc198722443)

[1.6.2 Моделирование мeста разряда 19](#_Toc198722444)

[1.6.3 Моделирование физики искрового разряда 20](#_Toc198722445)

[1.6.4 Моделирование тепловых процессов 20](#_Toc198722446)

[1.6.5 Моделирование формирования результирующей поверхности детали 21](#_Toc198722447)

[1.6.6. Моделирование гидродинамики диэлектрика и удаления продуктов эрозии 21](#_Toc198722448)

[1.6.7 Моделирование износа электрода-инструмента 22](#_Toc198722449)

[1.6.8 Модели позволяющие напрямую узнать объем удаленного материала 22](#_Toc198722450)

[2 Теоретическая часть 23](#_Toc198722451)

[2.1 Выбор модели 23](#_Toc198722452)

[2.2 Выбранная модель 24](#_Toc198722453)

[2.3 Алгоритм расчета 25](#_Toc198722454)

[2.4 Реализация прототипа 27](#_Toc198722455)

[3 Экспериментальная часть 30](#_Toc198722456)

[3.1 Описание эксперимента 30](#_Toc198722457)

[3.2 Результаты эксперимента 31](#_Toc198722458)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 33](#_Toc198722459)

[СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 34](#_Toc198722460)

# ВВЕДЕНИЕ

Одним из ключевых моментов в моделировании является разработка и тестирование математической модели процесса. В данной курсовой работе представлен обзор существующих подходов к моделированию процесса электроэрозионной обработки, разработка математической модели процесса и верификация полученной в результате модели.

**Актуальность** данной работы обусловлена необходимостью выбора адекватной математической модели процесса электроэрозионной обработки, позволяющей прогнозировать результаты обработки для дальнейшего ее применения в симуляторе электроэрозионного станка.

**Целью** работы является реализация математической модели процесса электроэрозионной обработки, позволяющей прогнозировать геометрические параметры получаемых отверстий.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Проанализировать существующие подходы к моделированию процесса электроэрозионной обработки;
2. Разработать математическую модель процесса электроэрозионного прошивания микроотверстий;
3. Создать программное обеспечение для реализации разработанной модели;
4. Провести экспериментальные исследования для проверки адекватности модели.

Практическая значимость работы заключается в возможности использования разработанной модели для прогнозирования результатов обработки и оптимизации технологических режимов электроэрозионного прошивания микроотверстий, что позволит повысить эффективность производства прецизионных деталей.

# 

# 1 Аналитическая часть

## 1.1 Анализ процесса электроэрозионной обработки

### 1.1.1 Электроэрозионная обработка

Электроэрозионная обработка представляет собой бесконтактную технологию производства, которая обеспечивает удаление материала с электропроводящей заготовки посредством последовательности быстрых электрических разрядов, обычно называемых искрами.

Заготовка и электрод инструмент находятся в диэлектрической жидкости под напряжением на некотором расстоянии друг от друга. Это расстояние называется межэлектродным промежутком. Диэлектрическая жидкость, в данном случае, служит для стабилизации процесса эрозионного разрушения.

Разрушение материала заготовки происходит множественными электрическими импульсами, возникающими между электродом и заготовкой в межэлектродном промежутке. Напряжение на электроды подается от источника питания.

Электрическая энергия превращается в теплоту, которая приводит к нагреву как заготовки, так и электрода. Таким образом под воздействием высоких температур материал заготовки и электрода начинает плавиться, а затем испарятся.

После окончания электрического импульса плазменный канал схлопывается, что приводит к быстрому охлаждению и затвердеванию части расплавленного и испаренного материала. Быстрое расширение испаренного материала создает микровзрывы в искровом промежутке, выбрасывая расплавленный материал в диэлектрическую жидкость в виде осколков. Затем диэлектрическая жидкость играет решающую роль в смыве этих осколков и охлаждении промежутка, восстанавливая изоляцию между электродами.

В результате множественных разрядов на заготовке появляются перекрывающие друг друга лунки, благодаря которым происходит формирование желаемой формы заготовки.

Электроэрозионная обработка является одним из эффективных методов обработки труднообрабатываемых материалов. Особенность данного метода заключается в способности резать твердый материал без физического контакта между инструментом и заготовкой, где удаление материала происходит за счет искровой эрозии.

### 1.1.2 Этапы процесса электроэрозионной обработки

В процессе электроэрозионной обработки можно выделить несколько следующих друг за другом этапов выделение и рассмотрение которых может помочь в дальнейшем, при проектировании симулятора:

* подготовка оборудования и материалов;
* формирование межэлектродного зазора;
* генерация электрических импульсов;
* удаление продуктов эрозии;
* завершение обработки;
* анализ полученного результата.

Для повышения эффективности процесса электроэрозионной обработки, следует выбрать наиболее подходящий электрод-инструмент [2], а также подобрать параметры оборудования такие как: сила тока, напряжение, частота импульсов и межэлектродный зазор [3]. От выбранных параметров зависит качество обработки.

Далее, между электродом и заготовкой создается небольшой зазор, заполненный диэлектрической жидкостью. Этот зазор играет важную роль в стабильности процесса [3].

На данном этапе начинается обработка заготовки. Электрические импульсы высокой энергии создают локальные разряды, которые вызывают эрозию материала заготовки. В результате происходит удаление микроскопических частиц материала.

Продукты эрозии, такие как металлические частицы и газы, удаляются из зоны обработки с помощью диэлектрической жидкости.

После достижения заданной формы или размеров обработка прекращается, а заготовка очищается от остатков диэлектрической жидкости и продуктов эрозии.

После окончания обработки следует оценить качество поверхности обработанной заготовки, точность размеров и соответствие техническим требованиям.

### 1.3.1 Компоненты электроэрозионного станка

Электроэрозионный станок представляет собой сложную систему, состоящую из множества связанных между собой компонентов. Обзор данной структуры может быть полезен при проектировании компонентов будущего симулятора. Основные компоненты станка включают в себя:

* генератор импульсов является ключевым в электроэрозионном станке. Он формирует последовательность электрических импульсов, подчиняющуюся заданным параметрам обработки;
* электрод формирует необходимую геометрию обрабатываемой поверхности. Может отличаться формой в зависимости от типа электроэрозионной обработки и требуемой формы заготовки;
* механическая система обеспечивает точное позиционирование электрода и заготовки;
* система ЧПУ управляет перемещением рабочих органов станка в соответствии с заданной программой. Также контролирует работу всех остальных компонентов.

### 1.4.1 Виды электроэрозионной обработки

Также, электроэрозионную обработку делят на несколько типов. Каждый из которых предназначен для решения конкретных задач [5]:

* + электроэрозионная обработка штамповкой – чаще всего использует фасонный электрод, часто являющийся негативной копией желаемой полости, для создания соответствующего отпечатка в заготовке [4];
  + проволочная эрозия – в этом процессе тонкая, непрерывно движущаяся проволока служит электродом для вырезания сложных двумерных форм в заготовке, как при работе с ленточной пилой [4];
  + эрозия малых отверстий – специально разработана для сверления небольших и глубоких отверстий в проводящих материалах, эта технология использует трубчатые электроды, через которые диэлектрическая жидкость часто подается в зону обработки [4].

Использование наиболее подходящего под ту или иную задачу типа обработки позволит добиться наилучшего результата.

## 1.2 Параметры, учитываемые в имитационных моделях

### 1.2.1 Характеристики электрического импульса

Главной категорией параметров, наиболее сильно влияющих на процесс и результат обработки, являются характеристики импульса электрического тока. Данные параметры определяют энергию, выделяемую в каждом разряде, что существенно влияет на удаление материала, износ инструмента и качество обработки поверхности.

К ключевым параметрам данной категории относится пиковый ток (Ip), он оказывает значительное влияние на скорость съема материала (MRR), износа электрода (EWR) и шероховатость поверхности (Ra). Более высокие пиковые токи обычно приводят увеличению энергии импульса, что приводит к повышению скорости удаления материала с заготовки материала, но также к более высокому износу электродов и повышенной шероховатости обрабатываемой поверхности [6].

Время включения импульса (Ton) — представляет собой продолжительность подачи электрического разряда и является еще одним важным параметром. Более короткое время включения может потенциально повысить эффективность электрического разряда и привести к увеличению скорости удаления материала (MRR), в то время как чрезмерно длительное время включения может привести к нежелательному расширению плазменного канала, снижению эффективности и увеличению расслоения расплавленного материала. Данный параметр также оказывает заметное влияние на износ электродов и шероховатость поверхности заготовки [6].

Время отключения импульса (Toff)— представляет собой промежуток времени между последовательными электрическими разрядами. Увеличение данного параметра позволяет плазменному каналу сузиться и уменьшить воздействие импульса на поверхность заготовки, что может привести к снижению скорости удаления материала (MRR). Этот параметр также играет значительную роль в износе электродов и шероховатости поверхности [6].

Кроме того, длительность разряда и эффективная частота разряда являются важными аспектами импульса тока, которые учитываются при моделировании процесса электроэрозионной обработки [7]. Напряжение (V), подаваемое между электродами, также является важным параметром, влияющим на данный рассматриваемый процесс [6].

### 1.2.2 Свойства материалов и электродов заготовок

Внутренние свойства материалов, использованных для изготовления электрода и заготовки, имеют значение для определения их реакции на интенсивные тепловое воздействие.

Теплопроводность влияет на эффективность распространения тепла внутри материалов [6], а удельная теплоемкость определяет количество необходимой энергии, которое следует сообщить заготовке для повышения температуры обрабатываемого материала [6].

Температура плавления характеризует точку, при которой материал начинает переходить из твердого состояния в жидкое [6]. Показатели теплоты плавления и испарения представляют собой энергию, поглощенную или высвобожденную во время этих фазовых переходов, и их учет крайне важен для точного моделирования механизма удаления материала [6].

Электрическое сопротивление влияет на выделение тепла при прохождении электрического тока через материалы [6].

### 1.2.3 Параметры диэлектрической жидкости

Диэлектрическая жидкость в электроэрозионной обработке выполняет множество важнейших функций, а ее параметры существенно влияют на процесс.

Ее изоляционные свойства необходимы для предотвращения преждевременного электрического разряда между электродами [8]. Ионизация диэлектрической жидкости является ключевым этапом в формировании плазменного канала, необходимого для протекания тока и последующего удаления материала [8].

Промывочная способность диэлектрической жидкости используется для эффективного удаления остатков, образующихся в процессе работы, и для охлаждения обрабатываемой зоны, обеспечивая тем самым стабильность процесса и предотвращая повторное отложение удаленного материала [8]. Тип используемой диэлектрической жидкости (например, масло, деионизированная вода, газ) может существенно влиять на характеристики разряда и процесс удаления материала [6].

Циркуляция и скорость потока диэлектрической жидкости также являются важными параметрами, влияющими на эффективность удаления мусора и охлаждения [9]. Кроме того, электрические свойства диэлектрической жидкости в межэлектродном объеме могут изменяться со временем из-за накопления мусора, что может повлиять на стабильность и характеристики электрических разрядов.

## 1.3 Анализ функциональных требований

Основная цель создания симулятора — предоставить пользователю возможность исследовать и анализировать процесс электроэрозионной обработки, не прибегая к дорогостоящим физическим экспериментам. Симулятор должен позволить моделировать различные параметры обработки, визуализировать результаты и оптимизировать технологические режимы.

Симулятор должен моделировать процесс удаления материала с заготовки под воздействием электрических разрядов. Пользователь, в свою очередь, сможет задавать различные параметры обработки. Моделирование будет происходить в реальном времени или с ускорением, в зависимости от выбранных параметров и вычислительных ресурсов.

Симулятор предоставит возможность визуализировать процесс обработки в трехмерном пространстве. Пользователь сможет наблюдать за изменением формы заготовки, образованием лунок и кратеров, а также за распределением температуры в материале.

Визуализация будет включать в себя:

* отображение заготовки и электрода-инструмента;
* динамику удаления материала и формирования поверхности.

Симулятор позволит анализировать результаты обработки, включая:

* количество удаленного материала;
* форму и размеры полученных отверстий;

Пользователь может получать графики и таблицы, отражающие изменение параметров обработки во времени.

Симулятор предоставит возможность изменять параметры обработки (напряжение, ток, длительность импульсов и пауз) и анализировать их влияние на процесс обработки. Это позволит пользователю находить оптимальные режимы обработки для достижения желаемых результатов.

Пользователь сможет проводить виртуальные эксперименты, изменяя параметры и наблюдая за их влиянием на производительность.

Симулятор будет учитывать износ электрода-инструмента в процессе обработки. Пользователь сможет наблюдать за изменением формы электрода и его влиянием на процесс обработки. Это позволит прогнозировать срок службы инструмента и планировать его замену.

Пользователь сможет сохранять параметры обработки и результаты моделирования для последующего анализа или повторного использования. Симулятор должен поддерживает загрузку ранее сохраненных сценариев, что позволяет сравнивать результаты различных экспериментов.

Симулятор предоставит возможность интерактивного управления процессом обработки. Пользователь может останавливать, приостанавливать и возобновлять процесс, а также изменять параметры в реальном времени. Это позволяет более гибко исследовать процесс и вносить коррективы в ходе моделирования.

Симулятор будет поддерживать моделирование обработки различных материалов, таких как сталь, медь, алюминий и другие. Пользователь сможет задавать физические свойства материала (плотность, теплопроводность, удельную теплоемкость, температуру испарения) для более точного моделирования.

## 1.4 Обзор существующих симуляторов станка

Наиболее распространенными симуляторами являются пакеты программного обеспечения CAM (система автоматизации технологической подготовки производства), которые включают функции симуляции для проверки траекторий обработки перед фактическим использованием станка.

Основные примеры симуляторов:

* bobCAD-CAM's Wire EDM CAD-CAM software: Это программное обеспечение предоставляет полный набор инструментов для проектирования и программирования проволочных ЭЭС. Оно включает функции симуляции для проверки траекторий обработки, что позволяет пользователям моделировать процесс и генерировать код G для станков, таких как Mitsubishi, Japax и другие [10];
* gibbsCAM: Это CAM-программное обеспечение предлагает симуляцию работы ЭЭС, позволяя пользователям проверять программы перед фактической обработкой. Оно подходит для различных типов станков, включая фрезерные, токарные и ЭЭС [11];
* CAMWorks' Wire EDM CAM software: Это программное обеспечение включает виртуальную симуляцию проволочных ЭЭС, что помогает автоматизировать программирование и проверять траектории обработки для 2- и 4-осевых станков [12];
* программное обеспечение Mitsubishi Electric для прошивных ЭЭС: Оно включает функции симуляции для измерений на станке и проверки процессов, что делает его полезным для пользователей прошивных ЭЭС [13].

Эти инструменты в основном предназначены для профессионалов в области программирования и производства, специализированные тренажеры для обучения операторов ЭЭС, не были обнаружены в открытом доступе.

Таким образом, существующие симуляторы электроэрозионных станков в основном представлены CAM-программным обеспечением с функциями симуляции для проверки траекторий обработки.

## 1.5 Проблемы и ограничения

Моделирование электроэрозионной обработки связанно со значительными трудностями. Данный процесс является мультифизическим. В нем одновременно протекают и взаимодействуют тепловые, электрические, гидродинамические и плазменные явления [14].

Также, процессу присуща стохастичность: местоположение, время возникновения и энергия каждого отдельного разряда подвержены случайным флуктуациям [15]. Что, в свою очередь, затрудняет точное предсказание формы и размера единичных кратеров, а также их взаимного влияния при формировании поверхности.

Наконец, прямое наблюдение и измерение физических явлений в межэлектродном зазоре, который имеет микронные размеры и заполнен диэлектриком, чрезвычайно затруднено, что усложняет валидацию моделей [6].

Помимо проблем, связанных с сложностью процесса, дополнительные ограничения накладывает необходимость достижения работы симулятора в реальном времени.

Таким образом, достижение 100% точности практически невозможно и основной задачей является нахождение модели, которая могла бы при относительно низкой ресурсоемкости прогнозировать процесс с достаточно высокой точностью.

## 1.6 **Методы моделирования**

Моделирование физических явлений, происходящих во время электроэрозионной обработки, является предметом многочисленных исследований. Точность этих моделей напрямую влияет на возможность прогнозирования ключевых выходных характеристик процесса, таких как скорость съема материала, износ инструмента и качество обработанной поверхности.

### 1.6.1 Классификация подходов

Многообразие физических явлений и целей моделирования привело к разработке различных подходов и методов для описания процесса ЭЭО. Их можно классифицировать по нескольким признакам.

Физические модели стремятся описать процесс ЭЭО на основе фундаментальных законов физики, таких как законы сохранения массы, импульса и энергии, уравнения теплопроводности, электродинамики, гидродинамики и физики плазмы [6]. Целью является понимание физических механизмов, лежащих в основе процесса, и предсказание его характеристик на основе этих механизмов.

Эмпирические модели,в отличие от физических, эти модели не ставят целью детальное описание механизмов процесса, а фокусируются на установлении математических зависимостей между входными параметрами (режимы обработки, свойства материалов) и выходными характеристиками (MRR, TWR, Ra и т.д.) на основе анализа экспериментальных данных [16].

Моделирование ЭЭО можно также разделить по масштабу рассматриваемого явления на модели единичного разряда и модели множественных разрядов.

Модели единичного разрядадетально анализируют физические процессы, происходящие во время одного изолированного электрического разряда [6]. Основное внимание уделяется формированию единичного кратера эрозии, поскольку его геометрия и объем определяют и влияют на последующую шероховатость поверхности [16].

Модели множественных разрядов, в свою очередь, направлены на описание реального процесса ЭЭО, который является результатом последовательного воздействия большого числа разрядов [6]. Они учитывают факторы, нерелевантные для одиночного разряда, такие как стохастическое распределение разрядов по поверхности, перекрытие кратеров, накопление и влияние продуктов эрозии и газовых пузырей в МЭП, динамика изменения зазора из-за съема материала и износа ЭИ. Обобщенная модель процесса электроэрозионной обработки показанная на рисунке 1.

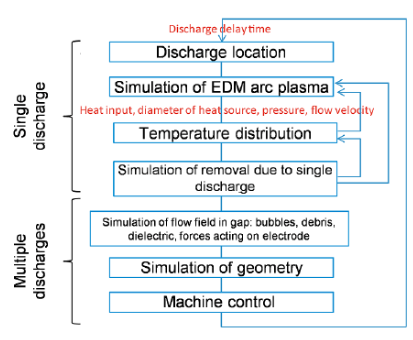


Рисунок 1 – Обобщенная модель процесса электроэрозионной обработки

### 1.6.2 Моделирование мeста разряда

Обычно разряд происходит в точках наименьшего расстояния между электродами. Однако, его месторасположение может изменяться при наличии в межэлектродном зазоре мусора или примесей [17]. Исходя из этого можно заключить, что данный процесс является стохастическим.

Учитывая стохастическую природу, многие модели используют вероятностные подходы для определения места разряда.

Первым походом является время задержки зажигания. В котором время между подачей импульса напряжения и фактическим началом протекания тока (пробоем) является случайной величиной, зависящей от локальных условий в МЭП (зазор, наличие шлама, пузырей) [6]. Модели могут предполагать, что разряд происходит в той точке МЭП, где случайное значение td​ оказывается минимальным в данный момент времени. Распределение td​ часто аппроксимируется экспоненциальным или другими статистическими законами, параметры которых зависят от ширины зазора и других факторов [6].

Также используется статистическое моделирование, в которомместо разряда может определяться путем генерации случайных координат на обрабатываемой поверхности в соответствии с определенным законом распределения вероятности. Это распределение может быть равномерным (простейший случай) или учитывать влияние геометрии зазора, концентрации шлама и т.д. [18].

### 1.6.3 Моделирование физики искрового разряда

Наиболее распространенный подход для связи физики разряда с последующим тепловым анализом электродов заключается в использовании Гауссова распределения теплового потока [19]. Плазменный канал в этом случае рассматривается неявно, как источник тепла, приложенный к поверхности электрода.

### 1.6.4 Моделирование тепловых процессов

Тепловые процессы определяют основной механизм удаления материала в ЭЭО – плавление и испарение. Моделирование этих процессов позволяет прогнозировать форму и размер единичного кратера [19].

 Доминирующим методом является МКЭ, c помощью которого решается нестационарное уравнение теплопроводности в объеме электрода (обычно заготовки).

Моделирование удаления материала происходит различными способами. Одним из наиболее простых методов является удаление элементов из сетки при достижении ими температуры плавления или испарения.

Другим способом является моделирование по изотерме плавления, в котором граница кратера определяется изотермой, соответствующей температуре плавления материала в конце импульса или после некоторого времени.

### 1.6.5 Моделирование формирования результирующей поверхности детали

Обработанная поверхность в ЭЭО представляет собой сложный рельеф, сформированный наложением множества единичных кратеров.Моделирование этой топографии важно для прогнозирования шероховатости поверхности и визуализации результата обработки.

Форма и размер единичного кратера являются базовыми элементами для построения модели поверхности. Они зависят от энергии разряда и свойств материала, и могут быть получены из тепловых моделей, которые описаны в разделе 1.6.4 или экспериментально.

Теоретически, МКЭ может моделировать последовательные разряды и формирование результирующей поверхности [19]. Однако, это требует огромных вычислительных ресурсов из-за необходимости многократного решения задачи с изменяющейся геометрией и случайным положением разрядов.

В случае моделей, где важен скорее порядок величины объема или основной тепловой эффект, а не точная геометрия поверхности, допустимо упрощение формы единичного кратера до полусферы [20].

### 1.6.6. Моделирование гидродинамики диэлектрика и удаления продуктов эрозии

Для моделирования гидродинамики чаще всего используются метод вычислительной гидродинамики (Computational fluid dynamics) [6]. Многофазные CFD симуляции с отслеживанием частиц являются очень ресурсоемкими. Для расчетов данных симуляций используется специализированное ПО: ANSYS Fluent, Star-CD, COMSOL.

### 1.6.7 Моделирование износа электрода-инструмента

Износ электрода-инструмента является неизбежным сопутствующим явлением ЭЭО, которое напрямую влияет на точность формы и размеров обрабатываемой детали. Моделирование износа электрода необходимо для прогнозирования и компенсации этого износа.

Износ ЭИ, так же, как и удаление материала с заготовки, происходит за счет плавления и испарения под действием тепла от плазменного канала [14]. Поэтому тепловые модели МКЭ, описанные в разделе 1.6.4, могут быть применены и для расчета износа ЭИ.

Из-за сложности точного физического моделирования, TWR часто прогнозируют с помощью эмпирических моделей, построенных на основе экспериментальных данных. Используются методы регрессии, RSM, ANN для установления зависимости TWR от электрических параметров (Ip​,Ton​,Toff​,Vg​), материала ЭИ, диэлектрика и т.д [21].

### 1.6.8 Модели позволяющие напрямую узнать объем удаленного материала

Также были обнаружены модели, позволяющие определить объем удаленного единичным разрядом материала. Например, модель, основанная на энергетическом балансе.

Целью модели является оценка объема материала, удаляемого с поверхности электрода (как детали, так и инструмента, но фокус в статье все же отдан детали) в результате одного импульса. Данная модель учитывает, что общая энергия разряда распределяется на нагрев, плавление и испарение материала, а также на различные потери [22].

Достоверность разработанной модели авторы подтверждают экспериментальными исследованиями эрозии стали C45 и тяжелого вольфрамового сплава (WSC) при одиночных разрядах [22].

# 2 Теоретическая часть

## 2.1 Выбор модели

При разработке симулятора электроэрозионного станка основной акцент был сделан на визуальную составляющую процесса и обеспечение возможности работы симулятора в режиме, приближенном к реальному времени. Это накладывает существенные ограничения на сложность используемой математической модели. Хотя существуют комплексные физические модели, детально описывающие тепловые, электрические, гидродинамические и плазменные явления, их применение потребовало бы значительных вычислительных ресурсов, что несовместимо с требованием интерактивности симулятора.

Анализ существующих методов моделирования (раздел 1.6 документа) показал, что для достижения баланса между точностью прогнозирования и вычислительной эффективностью целесообразно использовать упрощенный подход. Физические модели, основанные на фундаментальных законах, как правило, очень сложны. Эмпирические модели, хотя и менее ресурсоемки, часто требуют большого объема экспериментальных данных для калибровки и могут обладать ограниченной предсказательной способностью за пределами условий, для которых они были построены.

Учитывая стохастическую природу процесса ЭЭО и сложность точного моделирования каждого отдельного разряда и его взаимодействия с уже измененной поверхностью, было принято решение сосредоточиться на модели, которая позволяет напрямую оценить макроскопический результат воздействия – объем удаленного материала без необходимости детального моделирования всех микроскопических явлений. В разделе 1.6.8 упоминаются модели, позволяющие напрямую определить объем удаленного единичным разрядом материала, в частности, модель, основанная на энергетическом балансе. Такой подход позволяет прогнозировать основной результат обработки – изменение геометрии заготовки с приемлемой для симулятора точностью и скоростью.

Таким образом, выбор был сделан в пользу модели, основанной на энергетическом балансе единичного разряда, как компромиссного решения, позволяющего реализовать ключевые функциональные требования симулятора, включая моделирование процесса удаления материала и его визуализацию.

## 2.2 Выбранная модель

В качестве основы для симуляции процесса удаления материала была выбрана математическая модель, базирующаяся на энергетическом балансе одиночного электрического разряда. Эта модель описана в научной литературе, в частности, в работе [22] (Gulbinowicz Z., Goroch O., Skoczylas P. "Mathematical Modeling of Material Erosion During the Electrical Discharge"), и упоминается в разделе 1.6.8.

Основная идея модели заключается в том, что лишь часть общей энергии электрического импульса (Ec​) расходуется непосредственно на удаление материала (плавление и испарение) с поверхности заготовки. Эта доля энергии (Erem​ или Eef​ в терминах статьи [22]) определяется коэффициентом использования энергии (Ca​).

Объем материала (ΔV), удаляемого за один импульс, рассчитывается по формуле, связывающей энергию, пошедшую на удаление, с теплофизическими свойствами материала и энергией, необходимой для его нагрева, плавления и испарения:

(1)

где:

* ​ – энергия, затраченная на удаление материала;
* U – напряжение импульса;
* I – ток импульса;
* ti​ – длительность импульса;
* Ca​ – коэффициент использования энергии;
* ρ – плотность материала заготовки;
* rv​ – теплота испарения материала;
* Lm​ – теплота плавления материала;
* C – удельная теплоемкость материала;
* Tm​ – температура плавления материала;
* Tb​ – температура кипения материала;
* T0​ – начальная температура материала;
* α – коэффициент, представляющий долю материала, удаляемого за счет испарения (остальная часть (1−α) удаляется за счет плавления и последующего выброса).

Данная модель позволяет напрямую оценить объем удаленного материала, что является ключевым для моделирования изменения геометрии заготовки в симуляторе. При этом она не требует сложного моделирования плазменного канала, гидродинамики диэлектрика или детального температурного поля во всем объеме заготовки, что существенно снижает вычислительные затраты. Предполагается, что форма единичного кратера может быть упрощена, например, до цилиндрической или полусферической, для дальнейшего моделирования результирующей поверхности.

## 2.3 Алгоритм расчета

Предполагается, что общий объем удаленного материала равен объему удаленного за один разряд материала умноженный на количество разрядов. А получившийся кратер будет цилиндрической формы диаметр которого будет примерно равен диаметру электрода, а высота будет равна общему объёму удаленного материала, деленному на площадь сечения электрода. Схема работы разработанной модели представлена на рисунке 2.

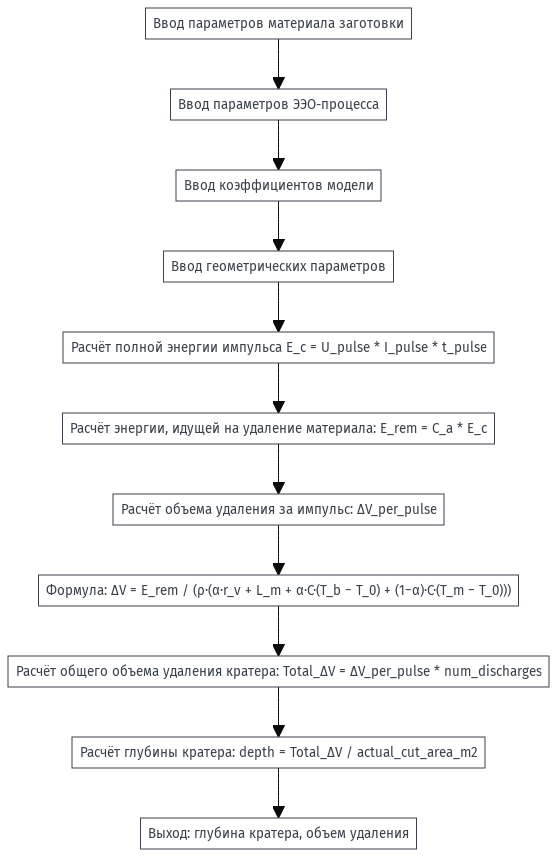


Рисунок 2 – Модель процесса электроэрозионной обработки

## 2.4 Реализация прототипа

Для реализации выбранной математической модели процесса электроэрозионной обработки был разработан программный прототип с использованием языка программирования Python. Такой выбор обусловлен наличием большого количества библиотек для научных вычислений и простотой работы с файлами, что важно для генерации кода для внешних систем визуализации.

На первом этапе реализации прототипа определяются входные данные для моделирования. К ним относятся теплофизические свойства обрабатываемого материала, в данном случае стали C45. Эти свойства включают плотность (ρ), теплоту испарения (rv​), теплоту плавления (Lm​), удельную теплоемкость (C), а также температуры плавления (Tm​), кипения (Tb​) и начальную температуру заготовки (T0​). Значения данных параметров были взяты из литературных источников, в частности, из работы [22], что обеспечивает соответствие модели экспериментальным данным, представленным в указанной статье. Помимо свойств материала, задаются параметры самого процесса электроэрозионной обработки: напряжение импульса (Upulse​), ток импульса (Ipulse​) и его длительность (tpulse​). Важными коэффициентами, определяющими эффективность процесса в рамках модели, являются коэффициент использования энергии (Ca​), показывающий долю энергии импульса, непосредственно идущую на эрозию, и коэффициент (αfactor​), характеризующий долю материала, удаляемого за счет испарения. Геометрические параметры, такие как фактические размеры заготовки и диаметр электрода, также задаются на начальном этапе в метрической системе.

Центральным элементом прототипа является функция calculate\_removed\_volume\_per\_pulse, реализующая расчет объема материала, удаляемого за один электрический разряд, в соответствии с выбранной моделью энергетического баланса. Сначала вычисляется полная энергия единичного импульса по формуле Ec​=Upulse​⋅Ipulse​⋅tpulse​. Затем, с использованием коэффициента Ca​, определяется энергия, непосредственно затраченная на удаление материала: Erem​=Ca​⋅Ec​. Объем удаленного материала (ΔVper\_pulse​) рассчитывается путем деления этой энергии на суммарную энергию, необходимую для нагрева, плавления и испарения единицы объема материала, с учетом его теплофизических свойств и доли испаренного материала αfactor​.

После определения объема материала, удаляемого за один импульс, прототип переходит к расчету глубин кратеров, образующихся в результате серии разрядов. Для этого задается массив discharges\_for\_craters, содержащий количество разрядов для каждого моделируемого кратера. Общий объем удаленного материала для конкретного кратера получается умножением ΔVper\_pulse​ на соответствующее число разрядов. Глубина кратера затем вычисляется путем деления этого общего объема на площадь поперечного сечения электрода, при условии, что форма кратера аппроксимируется цилиндром.

Для наглядного представления результатов моделирования была предусмотрена генерация трехмерной модели в формате, совместимом с САПР OpenSCAD. Перед генерацией кода все фактические размеры (габариты заготовки, диаметр электрода, вычисленные глубины кратеров) масштабируются с помощью глобального коэффициента global\_visual\_scale\_factor. Это позволяет корректно отображать модель в OpenSCAD. Также определяются координаты центров кратеров на поверхности заготовки.

Процесс генерации OpenSCAD-кода реализован в функции generate\_openscad\_code. Эта функция формирует текстовый скрипт, который описывает геометрию заготовки в виде параллелепипеда. Затем для каждого смоделированного кратера создается команда на построение вычитаемого цилиндра, диаметр которого соответствует диаметру электрода, а высота – масштабированной расчетной глубине кратера. Эти цилиндры располагаются в предварительно определенных позициях. Ключевой операцией является difference(), которая вычитает объемы этих цилиндров из объема заготовки, тем самым моделируя процесс удаления материала и формирование кратеров. Для корректного отображения и избежания артефактов рендеринга (Z-fighting) при выполнении булевых операций, высота вычитаемых цилиндров незначительно корректируется с помощью малой величины epsilon. Кроме того, реализована логика, позволяющая правильно формировать как несквозные углубления, так и сквозные отверстия, в зависимости от соотношения расчетной глубины кратера и толщины заготовки. В финальной сцене также отображается модель электрода, позиционируемая над местом последнего моделируемого разряда.

Результатом работы прототипа является файл с расширением .scad, содержащий сгенерированный скрипт для OpenSCAD, а также вывод в консоль отладочной информации. Этот вывод включает ключевые расчетные параметры: объем материала, удаляемый за один разряд, и для каждого из моделируемых кратеров – общее количество разрядов, суммарный удаленный объем, итоговую физическую глубину и ее масштабированное значение для OpenSCAD. Таким образом, разработанный прототип позволяет не только численно оценить результат эрозионной обработки на основе выбранной модели, но и получить его наглядное трехмерное представление.

# 3 Экспериментальная часть

## 3.1 Описание эксперимента

Для тестирования разработанной математической модели и демонстрации возможностей программного прототипа был проведен вычислительный эксперимент. Целью эксперимента являлось моделирование процесса формирования кратеров на поверхности заготовки из стали C45 под воздействием различного количества электрических разрядов и визуализация полученных результатов.

Моделирование проводилось с использованием следующих входных данных, соответствующих свойствам, стали C45 и параметрам электроэрозионной обработки, заложенным в программный прототип:

Сталь C45. Теплофизические свойства (плотность, удельная теплоемкость, температуры и теплоты плавления и испарения) были заданы согласно справочным данным, аналогичным приведенным в работе [22].

Параметры единичного импульса:

* + напряжение импульса (Upulse​): 160 В;
  + сила тока импульса (Ipulse​): 8 А;
  + длительность импульса (tpulse​): 100 мкс.

Коэффициенты модели:

* + коэффициент использования энергии (Ca​): 0.01 (1%);
  + доля материала, удаляемого испарением (αfactor​): 0.1 (10%).

Геометрия:

* + заготовка: 100 мм x 50 мм x 5 мм;
  + электрод: диаметр 5 мм.

В ходе эксперимента моделировалось формирование трех кратеров. Для каждого кратера было задано различное количество последовательных электрических разрядов:

* кратер 1: 10 000 разрядов;
* кратер 2: 50 000 разрядов;
* кратер 3: 100 000 разрядов.

Расчеты производились с помощью разработанного Python-скрипта. Полученные геометрические данные о форме заготовки и кратеров передавались для визуализации в программу OpenSCAD, для чего был сгенерирован соответствующий scad файл. Коэффициент масштабирования для визуализации в OpenSCAD был установлен равным 1000.0.

## 3.2 Результаты эксперимента

В результате проведенного вычислительного эксперимента были получены количественные и качественные данные, характеризующие процесс электроэрозионной обработки в рамках принятой модели.

Согласно расчетам программного прототипа, объем материала, удаляемый с поверхности заготовки из стали C45 за один электрический разряд при заданных параметрах, составил: ΔVper\_pulse​=9.761216805833594×10−14 м3. Характеристики смоделированных кратеров представлены ниже.

Кратер 1 (10 000 разрядов):

* Расчетная физическая глубина: 4.971346896768314×10−5 м (приблизительно 0.0497 мм).
* Глубина в OpenSCAD (масштабированная): 0.04971346896768314.

Кратер 2 (50 000 разрядов):

* Расчетная физическая глубина: 0.0002485673448384157 м (приблизительно 0.2486 мм).
* Глубина в OpenSCAD (масштабированная): 0.2485673448384157.

Кратер 3 (100 000 разрядов):

* Расчетная физическая глубина: 0.0004971346896768314 м (приблизительно 0.4971 мм).
* Глубина в OpenSCAD (масштабированная): 0.4971346896768314.

Как и ожидалось, увеличение количества разрядов привело к пропорциональному увеличению суммарного удаленного объема материала и, как следствие, к увеличению глубины формируемых кратеров.

В результатебыл сгенерирован OpenSCAD-скрипт, который позволил визуализировать трехмерную модель заготовки с тремя кратерами различной глубины. Результат визуализации представлен на рисунке 3.

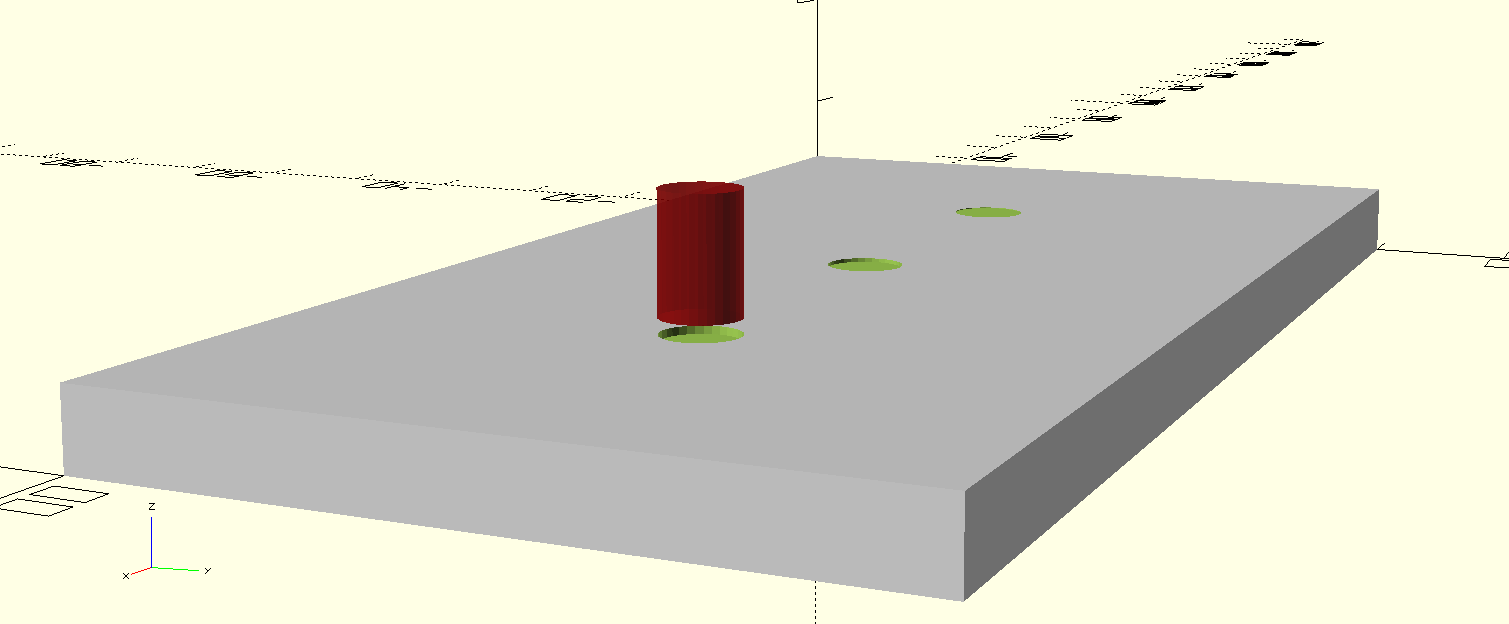


Рисунок 3 – Визуализация результата работы программы

Визуализация наглядно демонстрирует результат моделирования и эффект от различного числа электрических разрядов на геометрию обработанной поверхности. Модель также включает отображение электрода-инструмента.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной курсовой работе была успешно решена задача создания и первоначальной тестирования математической модели процесса электроэрозионной обработки (ЭЭО), ориентированной на применение в составе программного симулятора электроэрозионного станка. Целью работы являлась реализация модели, позволяющей симулировать процесс удаления материала с заготовки и прогнозировать геометрические параметры получаемых эрозионных лунок.

Выполненная работа имеет практическую значимость, так как закладывает основу для создания инструмента, полезного как в образовательных целях для изучения процесса ЭЭО, так и для инженерных задач по предварительной оценке результатов обработки и выбору технологических режимов.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Савицкий В.В. Электроэрозионные методы обработки материалов: учебное пособие для вузов – Витебск: УО "ВГТУ", 2006. – 276 с.
2. Ширяев В.В., Абляз Т.Р., Шлыков Е.С., Пустовалов Д.О., Смоленцев Е.В. Влияние микроструктуры электродаинструмента на эффективность процесса электроэрозионной обработки материалов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2020. – Т. 22, № 2. – С. 75–81. DOI: 10.15593/2224-9877/2020.2.09
3. Абляз Тимур Ризович, Ханов Алмаз Муллаянович, Севастьянов Валерий Васильевич Влияние межслойного зазора между заготовками на стабильность процесса пакетированной электроэрозионной обработки // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. №4-5. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/vliyanie-mezhsloynogo-zazora-mezhdu-zagotovkami-na-stabilnost-protsessa-paketirovannoy-elektroerozionnoy-obrabotki (дата обращения: 02.03.2025).
4. Working principles of electrical discharge machining. – Текст : электронный // Phillips Corp : [сайт]. – [India], 2022. – Обновлено 26.04.2022. – URL: https://phillipscorp.com/india/working-principles-of-electrical-discharge-machining/ (дата обращения: [15.03.2025])
5. Sild, S. Electrical Discharge Machining – Different Types, Applications, Pros & Cons / S. Sild. – Text : electronic // Fractory : [сайт]. – [Б. м.], 2022. – Обновлено 08.08.2022. – URL: https://fractory.com/electrical-discharge-machining-explained/ (дата обращения: [24.05.2025]).
6. Марадиа, У. Моделирование и симуляция электроэрозионной обработки / У. Марадиа, К. Вегенер. — Текст : непосредственный // Электроэрозионная обработка (EDM): типы, технологии и применение . — New York : Nova Science Publishers, 2015. — С. 67–121.
7. Weingärtner, E. Modeling and simulation of electrical discharge machining / E. Weingärtner, F. Kuster, K. Wegener. – Text : electronic // Procedia CIRP. – 2012. – Vol. 2. – P. 95–100. – DOI: 10.1016/j.procir.2012.05.043. – URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827112001448 (дата обращения: [05.04.2025]).
8. Al-Mukhtar, S. Electrical Discharge Machining: A Complete Overview / S. Al-Mukhtar. – Text : electronic // Geomiq : [сайт]. – [Б. м.], [б. г.]. – URL: https://geomiq.com/blog/electrical-discharge-machining/ (дата обращения: [05.04.2025])
9. EDM Machining: Construction and Working Principle Discussed. – Текст : электронный // BDE Manufacturing Technologies : [блог]. – [Б. м.], 2021. – Опубликовано 25.06.2021. – URL: https://www.bdeinc.com/blog/edm-machining-construction-and-working-principle-discussed/ (дата обращения: [05.04.2025]).
10. CNC Wire EDM Software. – Текст : электронный // BobCAD-CAM : [сайт]. – [Б. м.], cop. 2025. – URL: <https://bobcad.com/products/wire-edm/> (дата обращения: [05.04.2025]).
11. GO Wire EDM. – Текст : электронный // GibbsCAM : [сайт]. – [Б. м.], [б. г.]. – URL: https://www.gibbscam.com/en/go-wire-edm (дата обращения: [05.04.2025]).
12. Wire EDM. – Текст : электронный // CAMWorks : [сайт]. – [Б. м.], [б. г.]. – URL: <https://camworks.com/modules/wire-edm/> (дата обращения: [10.04.2025]).
13. CAD/CAM. – Текст : электронный // MITSUBISHI ELECTRIC Factory Automation : [сайт]. – [Б. м.], [б. г.]. – URL: <https://www.mitsubishielectric.com/fa/products/mecha/edm/items/cadcam/index.html> (дата обращения: [11.04.2025]).
14. Progress in Simulation Modeling Based on the Finite Element Method for Electrical Discharge Machining / L. Li, S. Sun, W. Xing, Y. Zhang, Y. Wu, Y. Xu, H. Wang, G. Zhang, G. Luo. – Text : electronic // Metals. – 2024. – Vol. 14, iss. 1. – P. 14. – DOI: 10.3390/met14010014. – URL: https://www.mdpi.com/2075-4701/14/1/14 (дата обращения: [12.04.2025]
15. Numerical simulation of micro-EDM model with multi-spark / K. P. Somashekhar, S. Panda, J. Mathew, R. Nottath. – Text : electronic // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2013. – Vol. 68, iss. 1-4. – P. 83–90. – DOI: 10.1007/s00170-013-5319-9. – URL: https://www.researchgate.net/publication/272591096\_Numerical\_simulation\_of\_micro-EDM\_model\_with\_multi-spark (дата обращения: [16.04.2025]).
16. Nahak, B. A review on optimization of machining performances and recent developments in electro discharge machining / B. Nahak, A. Gupta. – Text : electronic // Manufacturing Review. – 2019. – Vol. 6. – P. 2 (article number). – 22 p. – DOI: 10.1051/mfreview/2018015. – URL: https://mfr.edp-open.org/articles/mfreview/pdf/2019/01/mfreview180009.pdf (дата обращения: [16.04.2025]).
17. Joshi, A. Y. A systematic review on powder mixed electrical discharge machining / A. Y. Joshi, A. Y. Joshi // Heliyon. – 2019. – Vol. 5. – Art. e029631. – DOI: 10.1016/j.heliyon.2019.e02963.
18. Liu, J. F. Thermal Modeling of EDM with Progression of Massive Random Electrical Discharges / J. F. Liu, Y. B. Guo. – Text : electronic // Procedia Manufacturing. – 2016. – Vol. 5. – P. 495–507. – DOI: 10.1016/j.promfg.2016.08.041. – URL: https://www.researchgate.net/publication/309891807\_Thermal\_Modeling\_of\_EDM\_with\_Progression\_of\_Massive\_Random\_Electrical\_Discharges (дата обращения: [17.04.2025]).
19. Progress in Simulation Modeling Based on the Finite Element Method for Electrical Discharge Machining / L. Li, S. Sun, W. Xing [et al.]. – Text : electronic // Metals. – 2024. – Vol. 14, iss. 1. – Art. 14. – URL: <https://www.mdpi.com/2075-4701/14/1/14>
20. Salonitis, K. Thermal modeling of the material removal rate and surface roughness for die-sinking EDM / K. Salonitis, A. Stournaras, P. Stavropoulos, G. Chryssolouris. – Text : electronic // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2009. – Vol. 40. – P. 316–323. – URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00170-007-1327-y>
21. Bellotti, M. Tool Wear and Material Removal Predictions in Micro-EDM Drilling: Advantages of Data-Driven Approaches / M. Bellotti, M. Wu, J. Qian, D. Reynaerts. – Text : electronic // Applied Sciences. – 2020. – Vol. 10, iss. 18. – Art. 6357. – URL: <https://www.mdpi.com/2076-3417/10/18/6357>
22. Gulbinowicz, Z. Mathematical Modeling of Material Erosion During the Electrical Discharge / Z. Gulbinowicz, O. Goroch, P. Skoczylas // Advances in Science and Technology Research Journal. – 2020. – Vol. 14, № 2. – P. 27–33. – DOI: 10.12913/22998624/114959.